МОДЕЛЬ ФИНАНСОВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ИНВЕСТОРА

Н.П. Гришина, С.П. Сидоров, А.С. Ревуцкий, А.И. Малинский

Вопросы управления активами и пассивами индивидуальных инвесторов вызывают в последнее время повышенный интерес [1]. Настоящая работа посвящена разработке одной модели управления личными финансами. Рассматриваются подходы к составлению индивидуального финансового плана, который включает в себя управление активами и пассивами, интегрированными в жизненный цикл индивидуального инвестора. В работе рассматриваются разные (по типу вложений) виды активов, доходность по которым моделируется по росту срока держания портфеля и которые представляют собой некоторые случайные величины. Что касается пассивов, в модели предусмотрен учет возможных издержек. Кроме того, был проведен численный эксперимент с использованием среды MatLab. Модель основывается на следующих предположениях:

1. Для индивидуального инвестора существует собственный набор первоначальных средств для вложения в каждый актив и собственный набор обязательств.
2. Мы не рассматриваем возможность заимствования капитала, предполагая, что каждый будет ориентироваться исключительно на собственные свободные средства.
3. Мы обладаем сведениями о среднем значении годовой заработной платы индивидуального инвестора, причем она является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с заданными параметрами.
4. В качестве возможных активов нами выбраны банковский вклад с фиксированной процентной ставкой и бумаги инвестиционного фонда, доходность по которым – случайная величина, распределенная по равномерному закону. Также предположим, что человек обладает имуществом, имеющим определенную стоимость, но теряющую в цене фиксированный процент в год (7%), которое он может продать для достижения требуемой суммы. Причем это имущество также повержено действию инфляции.
5. Доли вложения средств в виды активов определяются индивидуальным способом.
6. Нам известно среднее значение суммы средств, которые человек тратит в год на удовлетворение собственных потребностей в пище, одежде и т.п.; полагаем, что это случайная величина, распределенная по нормальному закону с заданными параметрами.
7. Среднегодовая инфляция распределена по равномерному закону

Задача состоит в нахождении оптимального выбора долей вложения средств в два типа активов таким образом, чтобы минимизировать время накопления заданной величины денежных средств, вкладывая свободные средства в указанные активы

Будем использовать следующие обозначения: r_t – уровень инфляции в год *t*; ζ – равномерно распределенная случайная величина на отрезке [1]; η – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием 0 и стандартным отклонением 1; $R_{1,t}$ – доходность банковского вклада в год *t*; $R_{2,t}$ – доходность бумаг инвестиционного фонда в год *t*, S_t – заработная плата в год *t*, $A_{1,t}$ – денежные средства, накопленные на счете в банке к концу года *t*, приведенные с учетом инфляции; $A_{2,t}$ – денежные средства, накопленные на счете инвестиционного фонда к концу года *t* приведенные с учетом инфляции; C_t – стоимость имеющегося имущества к концу года *t,* E_t – расходы на проживание в год *t*, F_t – расходы на аренду жилья в год *t,* $Assets_t$ – активы к концу года *t,* выраженные в денежном эквиваленте; $Liabilities_t$ – пассивы за год *t*, $Cash_t$ – сумма свободных денежных средств на конец года *t*, которую инвестор может вложить на счет в банке или в инвестиционную компанию; *Goal* – необходимая индивидуальному инвестору сумма; $a_1, b_1, a_2, b_2, c, \sigma_1, \sigma_2, \lambda, \kappa, \delta$ – параметры распределения случайных величин**,** а также используемые коэффициенты; $\frac{1}{1+rt} = i_t; S_0, A_{1,0}, A_{2,0}, C_0, F_0, E_0$ – начальные значения. Модель имеет следующий вид:

$$r_t = a_1 + b_1 \cdot \zeta;$$

$$R_{1,t} = c = const;$$

$$R_{2,t} = a_2 + b_2 \cdot \zeta;$$

$$S_t = S_{t-1} + \sigma_1 \cdot \eta;$$

$$A_{1,t} = i_t \cdot (A_{1,t-1} + \lambda \cdot Cash_{t-1}) \cdot (1 + R_{1,t});$$

$$A_{2,t} = i_t \cdot (A_{2,t-1} + (1-\lambda) \cdot Cash_{t-1}) \cdot (1 + R_{2,t});$$

$$C_t = i_t \cdot C_{t-1}(1+k);$$

$$E_t = E_{\text{t-1}} + \delta \cdot (S_t - S_t) + \sigma_2 \cdot n;$$

$$F_t = i_t \cdot F_{t-1};$$

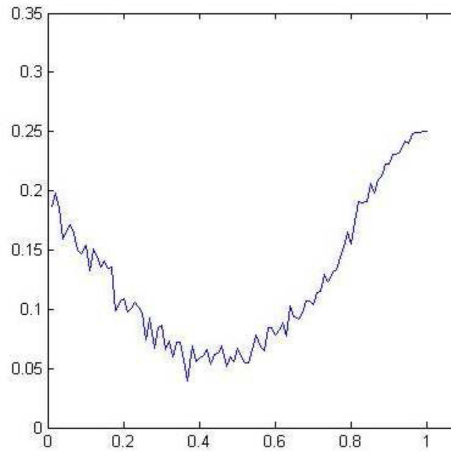
$$Assets_t = A_{1,t} + A_{2,\text{t}} + C_t;$$

$$Liabilities_t = E_t + F_{\text{t}};$$

$$Cash_t = S_t - Liabilities_t, \text{t} = 1, \ldots, \text{T}.$$

Необходимо найти значение λ, минимизирующее математическое ожидание количества лет, необходимых для того, чтобы инвестор накопил денежные средства в количестве *Goal*, т.е. $Assets_t \geq Goal.$

Данная модель была реализована в MatLab с начальными значениями $S_0 = 24000, A_{1,0} = 40000, A_{2,0} = 20000, C_0 = 100000, \text{F}_0 = 72000, E_0 = 90000$ с использованием метода Монте-Карло [2 – 4]. В процессе проведения численных экспериментов обнаружено, что с увеличением значения λ растет и среднее количество лет, необходимое для накопления нужной инвестору суммы. Оказалось, что функция, отображающая дисперсию количества лет, необходимых для того, чтобы инвестор накопил денежные средства, в зависимости от значения λ является выпуклой (рисунок).



Зависимость отклонения от λ

Разработанная модель предназначена для оптимального выбора долей вложения, в два вида активов индивидуальным инвестором с целью минимизации периода времени, который понадобится ему, чтобы получить определенный доход, вкладывая свободные средства в заданные виды активов. В качестве метода отбора случайных величин выбран сценарный подход, основанный на методе Монте-Карло [2 – 4]. В модели могут быть учтены различные варианты комбинирования активов и пассивов индивидуального инвестора, интегрированных в его жизненный цикл.

Библиографический список

1. Medova E.A., Murphy J.K., Owen A.P. and Rehman K. Asset liability management for individual households. Quantitative Finance. – Vol.8, № 6, September 2008. – P.547–560.
2. Соболь И.М. МетодМонте-Карло. – 4-е изд.-М.: Наука, 1985. –78 с.
3. Ширяева А.Н. Основы стохастической финансовой математики, 1998.
4. Fishman G.S. Monte Carlo: concepts, algorithms, and applications. – New York: Springer, 1996. – 698 p.